Analisis Efisiensi Integral Numerik Metode Simpson $\frac{1}{3}$ dan Simpson $\frac{3}{8}$ Menggunakan Program *Software* Berbasis Pascal

Atiqa Firdaus[1)*)], Amrullah[2)], Nourma Pramestie Wulandari[3)], Nurul Hikmah[4)]

[1)2)3)4)] Program Studi Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Mataram
[*)]Correspondence Author: atiqafirdaus.pmathunram@gmail.com, Lombok, Indonesia
DOI: https://doi.org/10.37012/jtik.v9i2.1737

ABSTRAK

Metode numerik digunakan untuk memecahkan persoalan matematika dalam bentuk pengintegralan dinamakan dengan integrasi numerik. Integrasi numerik salah satunya adalah metode simpson yang dibagi menjadi dua yaitu simpson $\frac{1}{3}$ dan simpson $\frac{3}{8}$. Dengan pesatnya perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi memberikan perangkat *software* membantu memecahkan permasalahan yang membutuhkan waktu pengerjaan yang cukup lama dapat dilakukan dengan cepat. Program *software* berbasis pascal merupakan salah satu perangkat lunak *(software)* yang kreatif untuk menyelesaikan permasalahan matematika dengan cepat. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui efisiensi integral numerik metode simpson $\frac{1}{3}$ dan simpson $\frac{3}{8}$ menggunakan program *software* berbasis pascal. Setelah membuat *source code* dan diimplementasikan kepada fungsi eksponensial, fungsi polinomial dan fungsi trigonometri akan mendapatkan nilai hampiran, galat relatif, dan waktu pengerjaan pada iterasi (n) dan eksak yang berbeda. Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan diperoleh bahwa metode simpson $\frac{1}{3}$ lebih efisien digunakan untuk mencari nilai hampiran dari integral fungsi eksponensial, polinomial dan trigonometri dengan rentang $0.001\% - 0.005\%$. Waktu eksekusi program *software* pascal pada metode simpson $\frac{1}{3}$ lebih kecil dibandingkan dengan waktu eksekusi pada metode simpson $\frac{3}{8}$ yaitu pada integral fungsi eksponensial sebesar $2.19 - 5.85$ mili detik, pada integral fungsi polinomial sebesar $2.33 - 3.58$ mili detik dan integral fungsi trigonometri $2.35 - 3.56$ mili detik sedangkan pada metode simpson $\frac{3}{8}$ waktu eksekusi yang diperlukan terhadap fungsi eksponensial sebesar $2.86 - 6.74$ mili detik, integral fungsi polinomial sebesar $2.33 - 4.48$ mili detik dan integral fungsi trigonometri sebesar $2.93 - 4.75$ mili detik.

Kata Kunci: Integral Numerik, Metode Simspon $\frac{1}{3}$, Metode Simpson $\frac{3}{8}$, Pascal

Abstract

The numerical method used to solve mathematical problems in the form of integration is called numerical integration. One of the numerical integration methods is the Simpson method which is divided into two, namely Simpson 1/3 and Simpson 3/8. With the rapid development of science and technology, software tools can help solve problems that require quite a long time to work on quickly. Pascal-based software programs are creative software for solving mathematical problems quickly. The aim of this research is to determine the efficiency of the numerical integral of the Simpson 1/3 and Simpson 3/8 methods using Pascal-based software programs. After creating the source code and implementing it into exponential functions, polynomial functions and trigonometric functions, you will get approximate values, relative errors, and processing times at different iterations (n) and exact ones. Based on the results of the research and discussion, it was found that the Simpson 1/3 method was more efficiently used to find approximate values for integrals of exponential, polynomial and trigonometric functions with a range of 0.001%-0.005%. The execution time of the Pascal software program using the Simpson 1/3 method is smaller than the execution time using the Simpson 3/8 method, namely for the integral of exponential functions it is 2.19-5.85 milliseconds, the integral of polynomial functions is 2.33-3.58 milliseconds and the integral of trigonometric functions is 2.35 milliseconds. -3.56 milliseconds, while in the Simpson 3/8 method the execution time *required for exponential functions is 2.86-6.74 milliseconds, integral polynomial functions are 2.33-4.48 milliseconds and integral trigonometric functions are 2.93-4.75 milliseconds.*

Keywords: *Numerical Integral, Simspon 1/3 Method, Simpson 3/8 Method, Pascal*

PENDAHULUAN

Seiring dengan pesatnya perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi khususnya pada bidang teknologi memberikan perangkat *software* dan perangkat *hardware* yang dibutuhkan pada masa kini. Hasil rekayasa dari perangkat lunak (*software)* maupun perangkat kasar (*hardware)* membantu memecahkan permasalahan dengan cepat. Pemrograman pascal merupakan salah satu perangkat *software* yang menjadi tindakan kreatif dalam menyelesaikan permasalahan dengan proses pengerjaan yang cepat (Yahya, Sadali, & Mahpuz, 2019). Perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi tidak terlepas oleh perkembangan berbagai bidang studi salah satunya adalah bidang studi matematika (Suandito, 2017).

Matematika memegang peranan yang penting dalam perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi baik dari segi ilmu matematika maupun penerapannya. Kalkulus merupakan ilmu matematika dengan salah satu cabang utamanya yaitu kalkukus integral. Kalkulus integral mempunyai aturan untuk menyelesaikan fungsi integral dan mendapatkan solusi sejati. Penerapan integral banyak ditemukan pada bidang sains dan rekayasa. Namun pada praktek rekayasanya, terdapat fungsi yang sulit untuk diintegralkan dengan menggunakan aturan kalkulus. Oleh karena itu, dibutuhkan metode pendekatan untuk menyelesaikan fungsi persamaan tersebut. Metode pengintegralan yang umum digunakan adalah metode numerik.

Menurut Darmawan (2016) metode numerik merupakan teknik untuk menyelesaikan persoalan matematika yang sulit untuk ditentukan solusi sejatinya secara analitis. Metode numerik digunakan untuk memecahkan persoalan matematika mengenai integral yang dinamakan dengan integrasi numerik (Ermawati, Rahayu, & Zuhairoh, 2017). Integrasi numerik terdiri dari metode trapesium, metode (aturan) simpson dan metode gauss kuadratus (Subarinah, 2016:81). Integrasi numerik dengan menggunakan metode simpson memiliki dua jenis aturan yaitu Simpson $\frac{1}{3}$ dan Simpson $\frac{3}{8}$. Metode (aturan) simpson $\frac{1}{3}$ digunakan polinom orde kedua untuk mendekati $f(x)$ sedangkan pada aturan simpson $\frac{3}{8}$ digunakan polinom ordo ketiga yang melalui empat titik (Vulandari, 2017:54).

Metode aturan simpson ini banyak digunakan oleh arsitektur perkapalan untuk menghitung kapasitas kapal (Perbani & Rinaldy, 2018). Selain itu, Perbani & Rinaldy (2018) menyampaikan bahwa metode simpson ini juga digunakan untuk rekayasa estimasi luas dari diagram indikator mesin uap, surveyor untuk estimasi luas pengeplotan tanah. Pada jurnal tersebut hanya menjelaskan tentang penggunaan metode simpson aturan pertama yaitu metode simpson $\frac{1}{3}$ untuk menghitung volume luas dan topografi darat.

Pada beberapa kasus yang ditemukan, terdapat permasalahan perhitungan matematika yang dimana dalam penerapannya sulit dihitung secara analitik. Misalkan, fungsi integral $\int_0^b \sin(x^{-2})\,dx,$ dan $\int_c^b e^{-2}dx$, merupakan fungsi integral yang memiliki penyelesaian cukup rumit mengakibatkan penyelesaian tersebut sulit untuk diselesaikan menggunakan metode analitik (Purcell & Varberg, 1987:499). Penyelesaian dari permasalahan integrasi numerik dengan menggunakan perhitungan secara manual membutuhkan waktu pengerjaan yang cukup lama dan seringkali penyelesaian tersebut memberikan hasil akhir yang kurang benar. Dikarenakan terdapat beberapa soal dari integrasi numerik yang memiliki tingkat masalah yang cukup sulit maka proses pengerjaan yang dilakukan secara manual cukup rumit mengakibatkan lemahnya semangat beberapa orang untuk mengerjakan soal tersebut. Oleh karena itu, lebih mudah menggunakan komputer untuk mendapatkan jawaban sampai dengan kecermatan yang diinginkan. Untuk mengaplikasikan metode numerik baik permasalahan integrasi maupun dengan permasalahan lain dapat menggunakan teknologi seperti pemrograman komputer. Pada penelitian Zein, Syamsurijal, & Ilham (2022) melakukan perhitungan metode integrasi numerik terhadap tingkat akurasi dan galat dengan menggunakan matlab. Selain itu, Herfina, Amrullah & Junaidi (2019) menggunakan pemrograman pascal untuk menghitung efektivitas metode trapesium dan metode simpson dalam penentuan luas.

Pada penelitian Herfina, Amrullah & Junaidi (2019) membahas tentang efektifitas metode trapesium dan simpson dalam penentuan luas menggunakan pemrograman pascal. Penelitian tersebut berfokus untuk membandingkan dua metode. Namun, pada penelitian ini akan membandingkan efisiensi metode simpson $\frac{1}{3}$ dan simpson $\frac{3}{8}$ dengan memperhatikan efisiensi tidak hanya eror atau galatnya saja tetapi kecepatan algoritma pada waktu penyelesaian masalah. Herfina, Amrullah & Junaidi (2019) menggunakan metode trapesium dan metode simpson $\frac{1}{3}$ serta hanya menggunakan fungsi polinomial sedangkan pada penelitian ini menggunakan metode simpson $\frac{1}{3}$ dan simpson $\frac{3}{8}$ serta menggunakan fungsi eksponen, fungsi trigonometri dan fungsi polinomial. Pada penelitian ini, akan memperoleh efisiensi metode simpson $\frac{1}{3}$ dan simpson $\frac{3}{8}$ pada tiga jenis fungsi yaitu fungsi eksponensial, fungsi trigonometri dan fungsi polinomial. Efisiensi yang dimaksud dalam penelitian ini adalah kecepatan dalam menyelesaikan persoalan dan ketepatannya.

Berdasarkan uraian diatas, maka penelitian ini diangkat dengan judul "Analisis Efisiensi Integral Numerik Metode Simpson $\frac{1}{3}$ dan Simpson $\frac{3}{8}$ Menggunakan Program *Software* Berbasis Pascal". Penelitian ini dilakukan untuk mengetahui efisiensi integral numerik metode simpson $\frac{1}{3}$ dan simpson $\frac{3}{8}$ dengan fungsi eksponensial, fungsi trigonometri dan fungsi polinomial sebagai saran pengaplikasian ilmu yang telah diperoleh serta untuk menambah wawasan mengenai efisiensi metode integral numerik. Penelitian ini diharapkan menjadi bahan referensi terhadap mata kuliah pada bidang metode numerik dan pemrograman pascal.

METODE

Penelitian ini menggunakan penelitian eksperimen murni *(true experimental)*. Adapun algoritma penelitian yang digunakan untuk menentukan nilai hampiran dari integral fungsi tersebut adalah:

1. Menentukan fungsi yang akan diintegrasikan $y = f(x)$
2. Memasukkan batas bawah (a) integrasi
3. Memasukkan batas atas (b) integrasi

4. Menentukan banyak jumlah pias (n) untuk metode simpson $\frac{1}{3}$ digunakan (n) genap dan untuk metode simpson $\frac{3}{8}$ digunakan (n) kelipatan 3
5. Menghitung lebar pias dengan $h = \frac{b-a}{n}$
6. Menentukan nilai eksak dari fungsi integral
7. Membuat tabel kaidah untuk metode simpson $\frac{1}{3}$
8. Menentukan nilai integrasi metode numerik untuk metode simpson $\frac{1}{3}$ menggunakan rumus

   $$I \approx \frac{h}{3}\left(f_0 + 4\sum_{i=ganjil}^{n-1} f_i + 2\sum_{i=genap}^{n-2} f_i + f_n\right) \quad (2.1)$$

   Untuk metode simpson $\frac{3}{8}$ menggunakan rumus

   $$I \approx \frac{3h}{8}\left(f_0 + 3\sum_{\substack{i=1 \\ i\neq 3,6,9}}^{n-1} f_i + 2\sum_{i=3,6,9}^{n-3} f_i + f_n\right) \quad (2.2)$$

9. Menghitung galat metode simpson $\frac{1}{3}$ dan simpson $\frac{3}{8}$
10. Menghitung waktu pengerjaan pemrograman pascal dalam menyelesaikan permasalahan.

Dalam penelitian ini terdapat beberapa Langkah yang digunakan untuk mencapai tujuan penelitian, antara lain:

1. Persiapan
2. Pembuatan kode pascal berdasarkan metode simpson $\frac{1}{3}$ dan simpson $\frac{3}{8}$.
3. Uji coba program metode simpson $\frac{1}{3}$ dan simpson $\frac{3}{8}$ dengan menggunakan beberapa fungsi yang telah diketahui jawabannya.
4. Revisi kode program.
5. Mengimplementasikan kode program kedalam fungsi eksponensial, fungsi polinomial, dan fungsi trigonometri untuk mendapatkan hasil hampiran, galat dan waktu pengerjaan.
6. Menganalisis hasil yang didapatkan pada program.
7. Menarik kesimpulan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Kode program yang digunakan pada program software pascal dibuat dengan mengikuti algoritma pada metode simpson $\frac{1}{3}$ dan simpson $\frac{3}{8}$. Oleh karena itu, dilakukan uji coba program dengan menggunakan integral fungsi eksponensial, fungsi polinomial dan fungsi trigonometri untuk melihat akurasi perhitungan yang didapat dari program software pascal dengan solusi fungsi yang telah diketahui sebelumnya. Hasil uji coba metode simpson $\frac{1}{3}$ dan simpson $\frac{3}{8}$ menggunakan program software pascal pada integral fungsi eksponensial, fungsi polinomial dan fungsi trigonometri disajikan pada Tabel 1 berikut:

Tabel 1. Uji Coba Program Metode Simpson $\frac{1}{3}$ dan Simpson $\frac{3}{8}$

No	Fungsi	Eksak	Metode Simpson $\frac{1}{3}$			Metode Simpson $\frac{3}{8}$		
			Iterasi	Hampiran	Galat (%)	Iterasi	Hampiran	Galat (%)
1.	$\int_0^4 e^x\ dx$	53.59815	20	53.59862	0.0009	21	53,59902	0.002
2.	$\int_1^5 (2x^2 - 3x + 3)^2 dx$	1315.2	20	1315.2034	0.0003	19	1246.5219	5.2
3.	$\int_0^2 (4 + \cos x)^2\ dx$	40.08518	10	40.08522	0.00009	9	40.08531	0.00031

Pemrograman pascal yang digunakan untuk menghitung efisiensi integral numerik metode simpson $\frac{1}{3}$ dan simpson $\frac{3}{8}$ menampilkan output (keluaran) berupa perintah untuk memasukkan batas atas (a) dan batas bawah (b) dari integral fungsi yang akan dihitung, kemudian memasukkan iterasi (n) yang akan dihitung dengan tiap segmen benilai genap untuk metode simpson $\frac{1}{3}$ dan segmen kelipatan 3 untuk metode simpson $\frac{3}{8}$. Selanjutnya penggunna menekan tombol enter maka akan keluar output berupa iterasi n, eksak, nilai hampiran, galat relatif serta waktu pengerjaan.

Integrasi numerik metode simpson $\frac{1}{3}$ dan simpson $\frac{3}{8}$ pada integral fungsi eksponensial yang diimplementasikan pada program *software* berbasis pascal untuk mendapatkan nilai hampiran, galat relatif dan waktu pengerjaannya dengan memasukkan jumlah iterasi (n) dan eksak yang berbeda. Batas atas (a) dan batas bawah (b) yang digunakan adalah $\int_0^{10} f(x)\ dx$ dengan $f(x) = \frac{a \times e^{bx}}{c \times e^{dx} + e_1}$ dimana $a, b, c, d, e_1 = [1,2,3,4,5]$. Hasil perhitungan integrasi numerik tersebut dapat dilihat pada Tabel 2 berikut:

Tabel 2. *Integrasi Numerik Metode Simpson$\frac{1}{3}$ dan Simpson $\frac{3}{8}$ Fungsi Eksponensial*

No	Parameter					Eksak	Metode Simpson $\frac{1}{3}$				Metode Simpson $\frac{3}{8}$			
	a	b	c	d	e		n	Hampiran	Galat (%)	Waktu (mili detik)	n	Hampiran	Galat (%)	Waktu (mili detik)
1.	2	1	2	3	2	0.37355	50	0.37353	0.004	3.60	61	0.37354	0.004	5.34
2.	3	2	1	4	5	0.77162	54	0.77166	0.005	4.09	63	0.77166	0.005	5.48
3.	5	2	3	2	1	16.4269	16	16.4268	0.001	2.19	21	16.4268	0.001	2.86
4.	5	2	1	2	3	46.53426	16	46.53437	0.002	2.31	27	46.5343	0.001	3.11
5.	3	2	2	5	2	0.38063	72	0.38061	0.004	5.83	91	0.38061	0.004	6.98
6.	2	4	5	5	3	0.36936	42	0.36934	0.005	2.54	57	0.36934	0.006	4.45
7.	5	4	2	5	1	2.33427	60	2.33415	0.005	5.30	71	2.33412	0.006	6.44
8.	3	3	2	4	5	1.1525	42	1.15256	0.004	2.50	57	1.15256	0.005	4.29
9.	5	1	4	2	3	1.03012	30	1.03007	0.003	3.17	35	1.03005	0.005	3.46
10	1	2	3	4	5	0.11770	82	0.11771	0.005	5.85	89	0.11771	0.006	6.74

Selain integral fungsi eksponensial, pemrograman pascal dapat diimplementasikan pada integral fungsi polinomial. Batas atas (a) dan batas bawah (b) yang digunakan adalah $\int_0^{10} f(x)dx$ dengan $f(x) = a \times x^5 - b \times x^4 + c \times x^3 + d \times x^2 - e_1$ dimana $a, b, c, d, e_1 = [1,2,3,4,5]$. Adapun hasil yang didapatkan dari proses perhitungan pemrograman pascal terhadap integral fungsi polinomial dapat dilihat pada tabel 3 berikut:

Tabel 3. Integrasi Numerik Metode Simpson 1/3 dan Simpson 3/8 Fungsi Polinomial

No	Parameter					Eksak	Metode Simpson $\frac{1}{3}$				Metode Simpson $\frac{3}{8}$			
	a	b	c	d	e		n	Hampiran	Galat (%)	Waktu (mili detik)	n	Hampiran	Galat (%)	Waktu (mili detik)
1.	5	4	1	2	3	756470	20	756480	0.001	3.10	27	756477	0.001	3.85
2.	5	4	3	2	1	761490	18	761505	0.002	3.00	21	761509	0.002	3.05
3.	1	2	3	4	5	135450	22	135451	0.001	3.27	27	135451	0.001	4.22
4.	2	4	4	2	1	263990	20	263994	0.001	3.15	21	263997	0.003	3.24
5.	2	1	4	5	2	324980	24	324982	0.001	3.58	25	307526	5.371	3.88
6.	5	4	5	2	1	766490	22	766497	0.001	3.23	29	749854	2.17	4.48
7.	5	2	5	2	2	806480	14	806523	0.005	2.29	15	806553	0.009	2.33
8.	3	2	3	3	2	468480	18	468489	0.002	2.67	21	468491	0.002	3.00
9.	2	2	5	2	1	306490	14	306507	0.005	2.33	15	306518	0.009	2.93
10	3	2	1	3	1	463490	20	463496	0.001	3.20	21	463501	0.002	3.33

Selain menggunakan integral fungsi eksponensial dan fungsi polinomial, integral fungsi trigonometri juga dapat diimplementasikan pada program software pascal. Integral fungsi trigonometri yang digunakan memiliki batas atas (a) dan batas bawah (b) yaitu $\int_0^{\pi} f(x)\,dx$ dengan $f(x) = a \times \sin(bx) + c \times \cos(dx) + e_1$ dengan $a, b, c, d, e_1 = [1,2,3,4,5]$. Adapun output yang dihasilkan oleh program software pascal untuk integral fungsi trigonometri dapat dilihat pada Tabel 4 berikut:

Tabel 4. Integrasi Numerik Metode Simpson $\frac{1}{3}$ dan Simpson $\frac{3}{8}$ Fungsi Trigonometri

No	Parameter					Eksak	Metode Simpson $\frac{1}{3}$				Metode Simpson $\frac{3}{8}$			
	a	b	c	d	e		n	Hampiran	Galat (%)	Waktu (mili detik)	n	Hampiran	Galat (%)	Waktu (mili detik)
1.	3	2	5	4	1	3.13204	10	3.13191	0.004	2.40	15	3.13199	0.002	3.13
2.	1	3	5	4	2	6.9387	22	6.93882	0.002	2.82	27	6.93882	0.002	2.93
3.	2	5	4	1	3	10.2264	28	10.22681	0.004	3.07	33	10.22690	0.005	3.09
4.	1	5	2	3	4	12.9632	24	12.96361	0.003	2.83	27	12.96380	0.005	3.04
5.	3	5	4	2	5	16.8936	30	16.89413	0.003	3.23	33	16.89442	0.005	3.45
6.	3	2	1	5	2	6.2816	10	6.28168	0.001	2.35	15	6.28163	0.001	3.13
7.	2	1	5	4	3	13.412	12	13.41208	0.001	2.75	15	13.41207	0.001	3.13
8.	5	3	2	4	3	12.7501	34	12.75024	0.001	3.39	39	12.75027	0.001	3.62
9.	4	3	3	5	1	5.81153	30	5.81158	0.001	3.56	57	5.81145	0.001	4.56
10	3	5	2	4	1	4.3368	42	4.33693	0.003	3.52	51	4.33693	0.003	4.75

Berdasarkan Tabel 2, 3 dan 4 dapat dilihat pada setiap iterasi (n) dan eksak memiliki nilai hampiran yang berbeda namun beberapa dari iterasi n pada fungsi eksponensial, fungsi polinomial dan fungsi trigonometri tersebut memiliki galat relatif yang sama. Nilai toleransi yang diberikan untuk menentukan iterasi (n) fungsi tersebut efisien apabila galat relatif yang didapatkan pada setiap perhitungan kurang dari atau sama dengan 5×10−5 atau kurang dari 0.005%. Beberapa dari iterasi tersebut memiliki galat relatif kurang dari 5×10−5 atau kurang dari 0.005% sehingga dapat diasumsikan bahwa iterasi (n) tersebut efisien. Sedangkan integral fungsi yang memiliki galat relatif lebih besar dari 0.005% dapat dikatakan belum efisien karena nilai hampirannya masih jauh dari nilai yang sebenarnya sehingga diperlukan iterasi (n) yang lebih tinggi untuk menghasilkan galat relatif yang kurang dari 5×10−5 atau kurang dari 0.005%.

Pembahasan

Perhitungan integrasi numerik dengan menggunakan metode simpson $\frac{1}{3}$ dan $\frac{3}{8}$ untuk mendapatkan nilai hampiran atau nilai pendekatan, yaitu nilai yang mendekati nilai sebenarnya dari integral fungsi eksponensial, fungsi polinomial dan fungsi trigonometri dengan mengimplementasikan perhitungan tersebut ke dalam program *software* berbasis pascal.

Pada penelitian ini digunakan polinom orde kedua untuk mendekati $f(x)$ untuk metode simpson $\frac{1}{3}$. Nilai dari metode simpson $\frac{1}{3}$ diperoleh karena Δx dibagi menjadi 3 akan menghasilkan nilai hampiran yang mendekati nilai sebenarnya dan menghasilkan galat *(eror)* yang berbeda. Menurut Subarinah (2016:87) metode simpson $\frac{1}{3}$ menggunakan polinom orde dua untuk mendekati kurva $f(x)$ yang melalui titik $(x_{i-1}, f(x_{i-1}))(x_i, f(x_i))(x_{i+1}, f(x_{i+1}))$. Oleh karena itu, pada penelitian ini digunakan iterasi (n) bernilai genap untuk mendapatkan nilai hampiran dari setiap permasalahan. Sedangkan, metode simpson $\frac{3}{8}$ menggunakan polinom orde ketiga dengan melalui empat titik untuk mendapatkan nilai hampiran yang mendekati nilai sebenarnya dan menghasilkan galat yang berbeda.

Berdasarkan hasil penelitian, telah dilakukan uji coba program menggunakan metode simpson $\frac{1}{3}$ dan simpson $\frac{3}{8}$ mengikuti algoritma penelitian dengan memasukkan integral fungsi eksponensial, fungsi polinomial dan fungsi trigonometri kedalam program *software* berbasis pascal sebagai permasalahan yang akan diuji coba untuk mengetahui nilai hampiran dan galat yang didapatkan dari perhitungan program *software* pascal sama dengan nilai hampiran dan galat yang didapatkan dari perhitungan yang telah dilakukan sebelumnya. Oleh karena itu, *source code* yang digunakan dapat dikatakan valid dan dapat digunakan untuk fungsi eksponensial, fungsi polinomial dan fungsi trigonometri yang lainnya. Sejalan dengan hasil penelitian yang dilakukan oleh Herfina, Amrullah, & Junaidi. (2019) program *software* pascal dapat digunakan untuk menghitung integrasi numerik metode simpson. Penggunaan *software* ini dapat meningkatkan motivasi belajar (Lestari, Amrullah, Kurniati & Azmi, 2022), kemampuan numerik (Juliyanti, Prayitno, Amrullah & Sarjana, 2021) serta kemampuan pemecahan masalah terhadap permasalahan matematika (Indah, Prayitno, Amrullah & Baidowi, 2021).

Uji program dengan menggunakan fungsi eksponensial, fungsi polinomial dan fungsi trigonometri yang lain digunakan untuk membandingkan hasil *running* program pada beberapa fungsi tersebut untuk mendapatkan nilai hampiran, galat relatif, serta waktu pengerjaan yang berbeda, sehingga dapat diketahui metode simpson yang mana yang lebih efisien digunakan untuk menghitung integral fungsi tersebut.

Waktu yang diperoleh selama proses eksekusi yang dilakukan oleh program *software* pascal untuk mendapatkan nilai hampiran dari fungsi eksponensial, fungsi polinomial dan fungsi trigonometri berbeda pada setiap iterasi (n) yang digunakan. Hal ini dikarenakan semakin tinggi iterasi (n) yang digunakan pada integral fungsi tersebut maka waktu yang dibutuhkan untuk menyelesaikan permasalahan tersebut semakin lebih lama.

Oleh karena itu, semakin tinggi iterasi (n) yang diberikan pada setiap persoalan integral fungsi eksponensial, fungsi polinomial dan fungsi trigonometri maka akan semakin lama waktu yang dibutuhkan oleh pemprograman pascal untuk menyelesaikan permasalahan tersebut serta nilai hampiran yang didapat akan semakin mendekati nilai sebenarnya dan galat yang dihasilkan akan semakin kecil. Iterasi (n) yang digunakan pada setiap integral fungsi eksponensial, fungsi polinomial dan fungsi trigonometri untuk mencari integrasi numerik pada setiap integral fungsi eksponensial akan dikatakan efisien apabila nilai hampiran yang didapatkan mendekati nilai sebenarnya serta galat relatif yang didapatkan pada setiap iterasi tidak lebih dari batas toleransi atau kriteria pemberhentian yang telah ditentukan sebelumnya, sesuai dengan penelitian yang dilakukan Perbani & Rinaldy (2018) bahwa diperlukan pertimbangan pada ukuran iterasi (n) atau segmen untuk menentukan efisiensi dari proses perhitungan pada metode simpson $\frac{1}{3}$. Penelitian yang dilakukan untuk mendapatkan nilai hampiran, galat relatif dan waktu pengerjaan pada integral fungsi eksponensial, fungsi polinomial dan fungsi trigonometri ini sesuai dengan pendapat Ermawati, Alwi & Nur (2017) mengatakan bahwa semakin besar penggunaan iterasi (n), maka hasil yang diberikan cenderung baik. Oleh karena itu, iterasi (n) yang digunakan pada setiap menghitung nilai hampiran pada setiap integral fungsi tersebut sangat tinggi sehingga didapatkan nilai hampiran yang akan mendekati nilai sebenarnya serta mendapatkan galat yang lebih kecil.

Pada penelitian ini, menggunakan metode simpson $\frac{3}{8}$ mendapatkan nilai hampiran dan galat yang lebih besar dibandingkan dengan menggunakan metode simpson $\frac{1}{3}$ serta waktu pengerjaan yang dibutuhkan untuk mendapatkan nilai hampiran dari fungsi tersebut memiliki selisih yang cukup jauh. Oleh karena itu, tingkat ketelitian dari metode simpson $\frac{1}{3}$ yang didapatkan dari perhitungan hasil integrasi numerik pada fungsi eksponensial, fungsi polinomial dan fungsi trigonometri lebih teliti dibandingkan dengan metode simpson $\frac{3}{8}$. Paparan tersebut, sesuai dengan pendapat Subarinah (2016:91) yang mengatakan bahwa aturan simpson $\frac{1}{3}$ lebih disukai dibandingkan dengan aturan simpson $\frac{3}{8}$, dikarenakan mencapai tingkat ketelitian sampai orde tiga hanya dengan tiga titik. Semakin iterasi (n)digunakan maka semakin kecil galat yang dihasilkan serta hasilnya akan semakin akurat. Sejalan dengan pendapat Ermawati, Alwi & Nur (2017) mengatakan bahwa semakin besar penggunaan (n) iterasi, maka hasil yang diberikan cenderung baik.

Pengukuran waktu hanya digunakan ketika mengeksekusi algoritma inti pada metode simpson $\frac{1}{3}$ dan simpson $\frac{3}{8}$. Algoritma yang digunakan yaitu algoritma pada saat penentuan nilai hampiran pada fungsi eksponensial, fungsi polinomial dan fungsi trigonometri dengan menggunakan metode simpson $\frac{1}{3}$ dan simpson $\frac{3}{8}$. Durasi waktu yang dibutuhkan selama proses pengerjaan fungsi eksponensial, fungsi polinomial dan fungsi trigonometri disetiap iterasi (n) tidak terlalu jauh perbedaannya, bahkan terdapat durasi waktu pengerjaan yang sama di beberapa iterasi (n) pada integral fungsi tersebut. Sejalan dengan penelitian yang dilakukan oleh Herfina, Amrullah, & Junaidi (2019) bahwa keakuratan waktu eksekusi algroritma didapatkan dengan tidak menghitung kebutuhan waktu untuk menampilkan operasi pemasukan atau pengeluaran dalam baca maupun tulis, awal program dan sebagainya. Satuan waktu yang digunakan pada algoritma ini mili detik. Berdasarkan hasil dari perhitungan pada metode simpson $\frac{1}{3}$ dan simpson $\frac{3}{8}$ didapatkan bahwa terdapat pengaruh mengenai kebutuhan waktu yang digunakan untuk mengeksekusi persoalan dari fungsi eksponensial, fungsi polinomial dan fungsi trigonometri tersebut berdasarkan dengan banyaknya iterasi (n) yang digunakan pada permasalahan. Hasil perhitungan yang didapatkan dari program *software* pascal untuk mencari nilai hampiran pada integral fungsi tersebut bahwa semakin banyak iterasi (n) yang digunakan maka semakin besar waktu yang dibutuhkan dalam proses pengerjaan algoritma tersebut. Hal ini dikarenakan bahwa semakin banyak iterasi (n) yang dimasukkan kedalam program pascal tersebut, maka semakin banyak langkah pada algoritma yang harus diselesaikan dan semakin banyak pula waktu yang dibutuhkan dalam proses pengerjaannya.

Waktu pengerjaan yang digunakan pada metode simpson $\frac{1}{3}$ dan simpson $\frac{3}{8}$ memiliki selisih pengerjaan yang cukup jauh. Perbedaan yang dihasilkan pada waktu eksekusi permasalahan tersebut sekitar 3-5 mili detik setiap percobaan pengerjaan program pascal terhadap setiap integral fungsi. Hal ini dikarenakan metode simpson $\frac{1}{3}$ dan simpson $\frac{3}{8}$ memiliki algoritma pengerjaan yang sedikit berbeda, perbedaan tersebut terletak pada rumus persamaan dari metode simpson $\frac{1}{3}$ dan simpson $\frac{3}{8}$.

KESIMPULAN DAN REKOMENDASI

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan diperoleh bahwa metode simpson $\frac{1}{3}$ lebih efisien digunakan untuk mencari nilai hampiran dari integral fungsi eksponensial, polinomial dan trigonometri dengan rentang $0.001\% - 0.005\%$. Waktu eksekusi program *software* pascal pada metode simpson $\frac{1}{3}$ lebih kecil dibandingkan dengan waktu eksekusi pada metode simpson $\frac{3}{8}$ yaitu pada integral fungsi eksponensial sebesar $2.19 - 5.85$ mili detik, pada integral fungsi polinomial sebesar $2.33 - 3.58$ mili detik dan integral fungsi trigonometri $2.35 - 3.56$ mili detik sedangkan pada metode simpson $\frac{3}{8}$ waktu eksekusi yang diperlukan terhadap fungsi eksponensial sebesar $2.86 - 6.74$ mili detik, integral fungsi polinomial sebesar $2.33 - 4.48$ mili detik dan integral fungsi trigonometri sebesar $2.93 - 4.75$ mili detik.

REFERENSI

Darmawan, R. N. (2016). Perbandingan Metode Gauss- Legendre, Gauss-Lobatto, dan Gauss-Kronrod pada Integrasi Numerik Fungsi Eksponensial. *JMPM: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, *1*(2), 99–108. https://doi.org/10.26594/jmpm.v1i2.596

Ermawati, Alwi, W., & Nur, N. (2017). Solusi Integrasi Numerik dengan Metode Simpson (Simpson's Rule) Pada Transformasi Hankel. *Jurnal MSA (Matematika Dan Statistika Serta Aplikasinya)*, *5*(1), 81–86. https://doi.org/https://doi.org/10.24252/msa.v5i1.4493

Ermawati, E., Rahayu, P., & Zuhairoh, F. (2017). Perbandingan Solusi Numerik Integral Lipat Dua pada Fungsi Aljabar dengan Metode Romberg dan simulasi Monte Carlo. *Jurnal MSA (Matematika Dan Statistika Serta Aplikasinya)*, *5*(1), 46–57. https://doi.org/https://doi.org/10.24252/msa.v5i1.4479

Herfina, N., Amrullah, A., & Junaidi, J. (2019). Efektivitas Metode Trapesium dan Simpson Dalam Penentuan Luas Menggunakan Pemrograman Pascal. *Mandalika*

Mathematics and Educations Journal, *1*(1), 53–65. https://doi.org/10.29303/jm.v1i1.1242

Indah, N., Prayitno, S., Amrullah, A., & Baidowi, B. (2021). Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika pada Materi Pola Bilangan Ditinjau dari Gaya Kognitif Reflektif-Impulsif. *Griya Journal of Mathematics Education and Application*, *1*(2), 106–114. https://doi.org/10.29303/griya.v1i2.52

Juliyanti, J., Prayitno, S., Amrullah, A., & Sarjana, K. (2021). Pengaruh Kemampuan Numerik dan Spasial terhadap Hasil Belajar Matematika Siswa Kelas VIII SMP. *Griya Journal of Mathematics Education and Application*, *1*(3), 262–274. https://doi.org/10.29303/griya.v1i3.65

Kamal Zein, D., Rasimeng, S., Dani, I., & Lampung, U. (2022). Validasi Pengaruh Jumlah Partisi dalam Perhitungan Metode Integrasi Numerik Terhadap Tingkat Akurasi dan Galat Menggunakan Matlab (Studi Kasus: Riemann Kiri dan Aturan Trapesium). *Jurnal Kependidikan Matematika*, *51*(1), 51–61. https://doi.org/10.30822/asimtot.v4i1.1942

Lestari, D. E., Amrullah, A., Kurniati, N., & Azmi, S. (2022). Pengaruh Motivasi Belajar Siswa terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika Pada Materi Barisan dan Deret. *Jurnal Ilmiah Profesi Pendidikan*, *7*(3), 1078–1085. https://doi.org/10.29303/jipp.v7i3.719

Mulyono, M (2022). Evaluasi dari metode: trapesium, simpson 1/3, simpson 3/8 dan newton cotes orde 4-10 untuk menghitung integral tertentu secara numerik. AKSIOMA: Jurnal Matematika dan Pendidikan …, journal.upgris.ac.id, http://journal.upgris.ac.id/index.php/aksioma/article/view/12908

Perbani, N. M. R. R. C., & Rinaldy. (2018). Penerapan Hitungan Volume Metode Simpson untuk Menghitung Volume Kapal dan Topografi Darat. *Jurnal Rekayasa Hijau*, *2*(1), 90–100. https://doi.org/10.26760/jrh.v2i1.2046

Purcell, E. J., & Varberg, D. (1987). *Kalkulus dan Geometri Analitis* (5th ed.). Bandung: Penerbit Erlangga.

Suandito, B. (2017). Bukti Informal Dalam Pembelajaran Matematika. *Al-Jabar : Jurnal Pendidikan Matematika*, *8*(1), 13–24. https://doi.org/10.24042/ajpm.v8i1.1160

Subarinah, S. (2016). *Metode Numerik*. Mataram: FKIP Press.

Vulandari, R. T. (2017). *Metode Numerik: Teori, Kasus, dan Aplikasi*. Surabaya: Mavendra Pres.

Yahya, Sadali, M., & Mahpuz, M. (2019). Tingkat Ketepatan Hasil Perhitungan Integrasi Numerik Menggunakan Bahasa Pemrograman C# Pada Metode Reimann dan Trapesium. *Infotek : Jurnal Informatika Dan Teknologi*, *2*(1), 8–17. https://doi.org/10.29408/jit.v2i1.981